الدرس 1-5

المعادلات

السابق

- لقد حولت التعابير لأبسط صورة.

الحالي

1 حل المعادلات ذات متغير واحد.

2 حل المعادلات ذات متغيرين.

لماذا؟

- سجل فريق مازن للبيسبول 3 أهداف في الشوط الأول. في بداية الشوط الثالث، كانوا قد سجلوا 4 نقاط. تمثل الجملة المفتوحة أدناه التغير في نقاطهم.

$3 + r = 4$

الحل هو 1. أحرز الفريق هدفًا واحدًا في الشوط الثاني.

مفردات جديدة

- **جملة مفتوحة** (open sentence)
- **المعادلة** (equation)
- **الحل** (solving)
- **الحل** (solution)
- **مجموعة الإحلال** (replacement set)
- **مجموعة** (set)
- **عنصر** (element)
- **مجموعة حلول** (solution set)
- **محايد** (identity)

ممارسات رياضية

بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين

1 حل المعادلات

العبارة الرياضية التي تحتوي على تعابير جبرية ورموز هي **جملة مفتوحة**. الجملة التي تحتوي على رمز التساوي، =، هي **معادلة**.

معادلة ← $3x + 7 = 13$ → تعبير $3x + 7$

إيجاد قيمة لمتغير تجعل الجملة صحيحة يُسمى **حل** الجملة المفتوحة. هذه القيمة البديلة هي **الحل**.

مجموعة الأعداد التي يمكن اختيار بدائل للمتغير منها تُسمى **مجموعة الإحلال**. **المجموعة** هي مجموعة من الكائنات أو الأعداد التي غالبًا ما تظهر داخل أقواس غير مستقيمة. كل كائن أو عدد في المجموعة يُسمى **عنصرًا**، أو عضوًا. **مجموعة الحل** هي مجموعة العناصر من مجموعة الإحلال التي تكوّن جملة مفتوحة صحيحة.

مثال 1 استخدام مجموعة إحلال

أوجد مجموعة حل المعادلة $2q + 5 = 13$ إذا كانت مجموعة الإحلال هي $\{2, 3, 4, 5, 6\}$

استخدم جدولًا في حل ما يلي. عوّض q في $2q + 5 = 13$ بكل قيمة في مجموعة الإحلال.

q	$2q + 5 = 13$	صواب أم خطأ؟
2	$2(2) + 5 = 13$	خطأ
3	$2(3) + 5 = 13$	خطأ
4	$2(4) + 5 = 13$	صواب
5	$2(5) + 5 = 13$	خطأ
6	$2(6) + 5 = 13$	خطأ

بما أن المعادلة صحيحة عندما $q = 4$.
فحل $2q + 5 = 13$ هو $q = 4$

مجموعة الحل هي $\{4\}$.

تمرين موجه

أوجد مجموعة الحل لكل معادلة إذا كانت مجموعة الإحلال هي $\{0, 1, 2, 3\}$.

1A. $8m - 7 = 17$

1B. $28 = 4(1 + 3d)$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

غالبًا ما يمكنك حل معادلة بتطبيق ترتيب العمليات.

مثال على الاختبار المعياري 2 تطبيق ترتيب العمليات

حل $6 + (5^2 - 5) \div 2 = p$

A 3 **B** 6 **C** 13 **D** 16

قراءة فقرة الاختبار

تحتاج إلى تطبيق ترتيب العمليات على التعبير لكي تصل إلى قيمة p.

حَل فقرة الاختبار

$6 + (5^2 - 5) \div 2 = p$	المعادلة الأصلية
$6 + (25 - 5) \div 2 = p$	أوجد قيمة القوى الأسية
$6 + 20 \div 2 = p$	اطرح 5 من 25
$6 + 10 = p$	اقسم 20 على 2
$16 = p$	اجمع

الإجابة الصحيحة هي D.

تمرين موجه

2. حل $t = 9^2 \div (5 - 2)$.

F 3 **G** 6 **H** 14.2 **J** 27

نصيحة عند حل الاختبار

أعد كتابة المعادلة إذا كان مسموحًا لك بالكتابة في كتيب اختباراتك، فقد يكون من المفيد أن تعيد كتابة المعادلة بحدود مُبسّطة.

بعض المعادلات لها حل فريد. هناك معادلات أخرى ليس لها حل.

مثال 3 حلول المعادلات

أوجد حل كل من المعادلات التالية.

a. $7 - (4^2 - 10) + n = 10$

حوّل المعادلة لأبسط صورة أولاً ثم ابحث عن حل.

$7 - (4^2 - 10) + n = 10$	المعادلة الأصلية
$7 - (16 - 10) + n = 10$	أوجد قيمة الأس
$7 - 6 + n = 10$	اطرح 10 من 16
$1 + n = 10$	اطرح 6 من 7

قيمة n الوحيدة التي تجعل المعادلة صحيحة هي 9. ولهذا فهذه المعادلة لها حل فريد وهو 9.

b. $n(3 + 2) + 6 = 5n + (10 - 3)$

$n(3 + 2) + 6 = 5n + (10 - 3)$	المعادلة الأصلية
$n(5) + 6 = 5n + (10 - 3)$	اجمع 3 + 2
$n(5) + 6 = 5n + 7$	اطرح 3 من 10
$5n + 6 = 5n + 7$	التبديل (×)

بغض النظر عن القيمة الفعلية التي حلت محل n، سيظل الجانب الأيسر من المعادلة دائمًا أصغر من الجانب الأيمن بواحد. ولذلك لن تكون المعادلة حقيقية أبدًا. ولهذا لا يوجد حل لهذه المعادلة.

تمرين موجه

3A. $(18 + 4) + m = (5 - 3)m$ **3B.** $8 \times 4 \times k + 9 \times 5 = (36 - 4)k - (2 \times 5)$

نصيحة دراسية

خمّن وتحقق عندما يكون حل المعادلة ليس سهلاً، عوّض بقيم x واختبر المعادلة. واصل اختبار القيم إلى أن تحصل على عبارة صحيحة. على سبيل المثال، إذا كانت $3x + 16 = 73$، فاختبر قيم x.

$3(10) + 16 = 48$
منخفض جدًا

$3(20) + 16 = 76$
مرتفع جدًا

✓ $3(19) + 16 = 73$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

يُطلق على المعادلة الصحيحة لكل قيمة للمتغير اسم **محايدة**.

قراءة الرياضيات

المحايدات المحايدة هي معادلة توضح أن عددًا أو تعبيرًا يعادل نفسه.

مثال 4 المحايدات

حل $(2 \times 5 - 8)(3h + 6) = [(2h + h) + 6]2$

$(2 \times 5 - 8)(3h + 6) = [(2h + h) + 612$	المعادلة الأصلية
$(10 - 8)(3h + 6) = [(2h + h) + 612$	اضرب 5 × 2
$2(3h + 6) = [(2h + h) + 612$	اطرح 8 من 10
$6h + 12 = [(2h + h) + 612$	خاصية التوزيع
$6h + 12 = [3h + 612$	اجمع $2h + h$
$6h + 12 = 6h + 12$	خاصية التوزيع

بغض النظر عن القيمة التي حلت محل h، سيظل الجانب الأيسر من المعادلة دائمًا مساويًا للجانب الأيمن. ولذلك ستكون المعادلة صحيحة دائمًا. ولهذا فحل المعادلة قد يكون أي عدد حقيقي.

تمرين موجه

أوجد حل كل من المعادلات التالية.

4A. $12(10 - 7) + 9g = g(2^2 + 5) + 36$

4B. $2d + (2^3 - 5) = 10(5 - 2) + d(12 \div 6)$

4C. $3(b + 1) - 5 = 3b - 2$

4D. $5 - \frac{1}{2}(c - 6) = 4$

2 حل المعادلات ذات المتغيرين

تحتوي بعض المعادلات على متغيرين. غالبًا ما يكون من المفيد وضع جدول للمتغيرات واستخدام الاستبدال لإيجاد القيم المقابلة للمتغير الثاني.

مثال 5 المعادلات التي تتضمن متغيرين

إيجارات الأفلام يدفع السيد عدنان 10 AED كل شهر مقابل أفلام يتم تسليمها عبر البريد. يمكنه أيضًا إيجار الأفلام من المتجر مقابل 1.50 AED للفيلم. اكتب معادلة وحلها لإيجاد المبلغ الإجمالي الذي أنفقه السيد عدنان هذا الشهر إذا كان قد استأجر 3 أفلام من المتجر.

تكلفة خطة الأفلام هي سعر موحد. المتغير هو عدد الأفلام الذي يستأجره من المتجر. التكلفة الإجمالية هي سعر الخطة زائد 1.50 AED مضروبًا في عدد الأفلام من المتجر. افترض أن C هي التكلفة الإجمالية وm هي عدد الأفلام.

$C = 1.50m + 10$	المعادلة الأصلية
$= 1.50(3) + 10$	الاستبدال 3 بـ m
$= 4.50 + 10$	اضرب
$= 14.50$	

ينفق السيد عدنان 14.50 AED على إيجارات الأفلام في شهر واحد.

تمرين موجه

5. **السفر** تقود أماني سيارتها لمسافة 65 ميلاً في الساعة في المتوسط. اكتب معادلة وحلها لإيجاد الزمن الذي ستستغرقه للقيادة لمسافة 36 ميلًا.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التحقق من فهمك

مثال 1 **أوجد مجموعة الحل لكل معادلة إذا كانت مجموعة الإحلال هي {11, 12, 13, 14, 15}**

1. $n + 10 = 23$
2. $7 = \frac{c}{2}$
3. $29 = 3x - 7$
4. $(k - 8)12 = 84$

مثال 2

5. **الاختيار من متعدد** حل $\frac{d + 5}{10} = 2$

A 10 B 15 C 20 D 25

المثالان 3-4 **أوجد حل كل من المعادلات التالية.**

6. $x = 4(6) + 3$
7. $14 - 82 = w$
8. $5 + 22a = 2 + 10 \div 2$
9. $(2 \times 5) + \frac{c^3}{3} = c^3 \div (1^5 + 2) + 10$

مثال 5

10. **إعادة التدوير** توجد في سان فرانسيسكو منشأة لإعادة التدوير تقبل الطلاء غير المستعمل. يمزج متطوعون الطلاء ويخلطونه ثم يوزعونه في دلاء بسعة 5 جالونات. اكتب معادلة وحلها لإيجاد عدد دلاء الطلاء التي تم توزيعها من 30000 جالون تم التبرع بها.

التمرين وحل المسائل

مثال 1 **أوجد مجموعة الحل لكل معادلة إذا كانت مجموعات الإحلال هي y: {1, 3, 5, 7, 9} وz: {10, 12, 14, 16, 18}**

11. $z + 10 = 22$
12. $52 = 4z$
13. $\frac{15}{y} = 3$
14. $17 = 24 - y$
15. $2z - 5 = 27$
16. $4(y + 1) = 40$
17. $22 = \frac{60}{y} + 2$
18. $111 = z^2 + 11$

الأمثلة 2-4 **أوجد حل كل من المعادلات التالية.**

19. $a = 32 - 9(2)$
20. $w = 56 \div (2^2 + 3)$
21. $\frac{27 + 5}{16} = g$
22. $\frac{12 \times 5}{15 - 3} = y$
23. $r = \frac{9(6)}{(8 + 1)3}$
24. $a = \frac{4(14 - 1)}{3(6) - 5} + 7$
25. $(4 - 2^2 + 5)w = 25$
26. $7 + x - (3 + 32 \div 8) = 3$
27. $3^2 - 2 \times 3 + u = (3^3 - 3 \times 8)(2) + u$
28. $(3 \times 6 \div 2)v + 10 = 3^2v + 9$
29. $6k + (3 \times 10 - 8) = (2 \times 3)k + 22$
30. $(3 \times 5)t + (21 - 12) = 15t + 3^2$
31. $(2^4 - 3 \times 5)q + 13 = (2 \times 9 - 4^2)q + (\frac{3 \times 4}{12} - 1)$
32. $\frac{3 \times 22}{18 + 4}r - (\frac{4^2}{9 + 7} - 1) = r + (\frac{8 \times 9}{3} \div 3)$

33. **المدرسة** تسع قاعة المؤتمرات 85 شخصًا بحد أقصى. يحتاج المسؤول واثنان من المستشارين إلى مقابلة الملتحقين حديثًا بالمدرسة لمناقشة عمليات الالتحاق. إذا كان يجب على كل طالب أن يجلب ولي أمر معه، فكم عدد الطلاب الذين يستطيعون حضور كل اجتماع؟ افترض أن كل طالب لديه مجموعة فريدة من أولياء الأمور.

34. **وضع النماذج** يبلغ محيط ثماني أضلاع عادي 128 بوصة. أوجد طول كل ضلع.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 5

35 **الرياضة** يحتاج رياضي يبلغ وزنه 200 رطل يتدرب لمدة أربع ساعات في اليوم إلى 2836 سعرًا حراريًا لمتطلبات الطاقة الأساسية. أثناء التدريب، يحتاج الرياضي نفسه إلى 3091 سعرًا حراريًا إضافيًا لمتطلبات الطاقة الإضافية. اكتب معادلة لإيجاد قيمة C، وهي السعرات الحرارية اليومية الإجمالية المطلوبة لهذا الرياضي. ثم حل المعادلة.

36. **الطاقة** يستطيع مولد كهرباء إنتاج 3550 واط من الكهرباء. اكتب معادلة وحلها لإيجاد عدد مصابيح الإضاءة بقدرة 75 واط التي يستطيع مولد تشغيلها.

ضع جدولاً بالقيم لكل معادلة إذا كانت مجموعة الإحلال هي $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$.

37. $y = 3x - 2$

38. $3.25x + 0.75 = y$

أوجد حل كل معادلة باستخدام مجموعة الإحلال المذكورة.

39. $t - 13 = 7$; $\{10, 13, 17, 20\}$

40. $14(x + 5) = 126$; $\{3, 4, 5, 6, 7\}$

41. $22 = \frac{n}{3}$; $\{62, 64, 66, 68, 70\}$

42. $35 = \frac{g - 8}{2}$; $\{78, 79, 80, 81\}$

أوجد حل كل من المعادلات التالية.

43. $\frac{3(9) - 2}{1 + 4} = d$

44. $j = 15 \div 3 \times 5 - 4^2$

45. $c + (3^2 - 3) = 21$

46. $(3^3 - 3 \times 9) + (7 - 2^2)b = 24b$

47. **الاستنتاج المنطقي** يمكن التعبير عن معدل تدفق الدم بالصيغة $F = \frac{p_1 - p_2}{r}$، حيث F هي معدل التدفق، و p_1 و p_2 هما الضغط المبدئي والنهائي على جدران الأوعية الدموية على التوالي و r هي المقاومة الناتجة عن حجم الوعاء الدموي.

a. اكتب معادلة وضع حلها لتحديد مقاومة الوعاء الدموي لضغط أولي يبلغ 100 ملّيمتر زئبقي وضغط نهائي يبلغ 0 ملّيمتر زئبقي ومعدل تدفق يبلغ 5 لترات في الدقيقة.

b. استخدم المعادلة لاستكمال الجدول أدناه.

الضغط المبدئي p_1 (mm Hg)	الضغط المبدئي p_2 (mm Hg)	المقاومة r (mm Hg/L/min)	معدل تدفق الدم F (L/min)
100	0		5
100	0	30	
	5	40	4
90		10	6

حدد ما إذا كان العدد المذكور يمثل حلاً للمعادلة.

48. $x + 6 = 15$; 9

49. $12 + y = 26$; 14

50. $2t - 10 = 4$; 3

51. $3r + 7 = -5$; 2

52. $6 + 4m = 18$; 3

53. $-5 + 2p = -11$; -3

54. $\frac{q}{2} = 20$; 10

55. $\frac{w - 4}{5} = -3$; -11

56. $\frac{g}{3} - 4 = 12$; 48

ضع جدولًا بالقيم لكل معادلة إذا كانت مجموعة الإحلال هي $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$

57. $y = 3x + 5$

58. $-2x - 3 = y$

59. $y = \frac{1}{2}x + 2$

60. $4.2x - 1.6 = y$

61. **علم الهندسة** مستطيل يزيد طوله على عرضه 2 بوصة. يبلغ طول قاعدة مثلث متساوي الأضلاع 12 بوصة ويزيد طول الضلعين الآخرين بمقدار 1 بوصة عن عرض المستطيل.

a. ارسم صورة لكل شكل واكتب الأبعاد.

b. اكتب تعبيرين لإيجاد محيطي المستطيل والمثلث.

c. أوجد عرض المستطيل إذا كان محيطا الشكلين متساويين.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

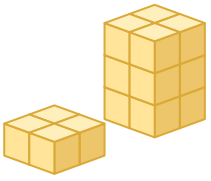
62. الإنشاء يتطلب إنشاء مبنى 10 أطنان من الصلب لكل طابق.

a. عرّف متغيرًا واكتب معادلة لعدد أطنان الصلب المطلوبة إذا كان المبنى من 15 طابقًا.

b. كم عدد أطنان الصلب المطلوبة؟

63. التمثيلات المتعددة في المسألة التالية، ستستكشف أكبر كيفية كتابة المعادلات.

a. التمثيل الواقعي استخدم مكعبات السنتيمتر لبناء برج مشابه للبرج الذي يظهر على اليسار.



b. التمثيل الجدولي انسخ الجدول الظاهر أدناه وأكمله. سجّل عدد الطبقات في البرج وعدد المكعبات المستخدمة في الجدول.

الطبقات	1	2	3	4	5	6	7
المكعبات	؟	؟	؟	؟	؟	؟	؟

c. التمثيل التحليلي مع زيادة عدد الطبقات في البرج، كيف يتغير عدد المكعبات في البرج؟

d. التمثيل الجبري اكتب قاعدة تحدد عدد المكعبات على أساس عدد الطبقات في البرج.

مسائل مهارات التفكير العُليا استخدام مهارات التفكير العليا

64. الاستنتاج قارن وبيّن الفرق بين التعبير والمعادلة.

65. مسألة غير محددة الإجابة اكتب معادلة محايدة.

66. الاستنتاج اشرح السبب في أن الجملة المفتوحة دائمًا ما يكون لها متغير واحد على الأصغر.

67. التفكير الناقد تامر وهدى يحلان المعادلة $x = 4(3 - 2) + 6 \div 8$. هل كل منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

تامر

$$\begin{aligned} x &= 4(3 - 2) + 6 \div 8 \\ &= 4(1) + 6 \div 8 \\ &= 4 + 6 \div 8 \\ &= 4 + \frac{6}{8} \\ &= 4\frac{3}{4} \end{aligned}$$

هدى

$$\begin{aligned} x &= 4(3 - 2) + 6 \div 8 \\ &= 4(1) + 6 \div 8 \\ &= 4 + 6 \div 8 \\ &= 10 \div 8 \\ &= \frac{5}{4} \end{aligned}$$

68. مسألة تحفيزية أوجد كل حلول $x^2 + 5 = 30$

69. مسألة غير محددة الإجابة اكتب معادلة تتضمن عمليتين أو أكبر حلهما -7.

70. الكتابة في الرياضيات اشرح كيف يمكنك تحديد أن معادلة حلها لا يتضمن أعدادًا حقيقية. كيف يمكنك تحديد أن حل المعادلة هو كل الأعداد الحقيقية؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تمرين على الاختبار المعياري

71. أي مما يلي *ليس* معادلة؟

A $y = 6x - 4$

B $\frac{a + 4}{2} = \frac{1}{4}$

C $(4 \times 3b) + (8 \div 2c)$

D $55 = 6 + d^2$

72. **إجابة قصيرة** يبلغ الحضور المتوقع لمشاهدة إنتاج نادي الدراما 65% من الطلاب. إذا كانت مجموعة الطلاب تتكون من 300 طالب، فكم عدد الطلاب المتوقع حضورهم؟

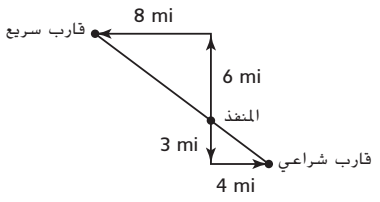
73. **علم الهندسة** انطلق قارب سريع وقارب شراعي من الميناء نفسه. يوضح المخطط رحلتهم. ما المسافة بين القاربين؟

F 12 mi

G 15 mi

H 18 mi

J 24 mi



74. تستطيع منى قراءة 1.5 صفحة في الدقيقة. كم عدد الصفحات التي تستطيع قراءتها في ساعتين؟

A 90 صفحة

B 150 صفحة

C 120 صفحة

D 180 صفحة

مراجعة شاملة

75. **حديقة الحيوان** يزور حديقة الحيوان حوالي 500 طفل و750 بالغًا يوميًا. اكتب تعبيرًا يمثل عدد الزوار الذين سيزورون حديقة الحيوان تقريبًا على مدار شهر. (الدرس 4-1)

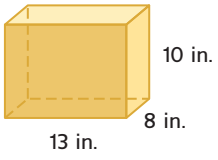
أوجد قيمة p في كل معادلة. ثم اذكر الخاصية المستخدمة. (الدرس 3-1)

76. $7.3 + p = 7.3$

77. $12p = 1$

78. $1p = 4$

79. **الصناديق المتحركة** يوضح الشكل أبعاد الصناديق التي يستخدمها سامح في تعبئة أغراضه. كم عدد البوصات المكعبة التي يستطيع كل صندوق أن يحملها؟ (الدرس 9-0)



عبّر عن كل نسبة مئوية في صورة كسر. (الدرس 6-0)

80. 35%

81. 15%

82. 28%

في كل مسألة، حدد ما إذا كنت بحاجة إلى إجابة تقديرية أم إجابة دقيقة. ثم قم بحلها. (الدرسان 6-0 و1-0)

83. **السفر** المسافة من مدينة رالي في ولاية كارولاينا الشمالية إلى مدينة فيلادلفيا في ولاية بنسلفانيا، حوالي 428 ميلاً. متوسط الأميال التي تقطعها سيارة جمال بالبنزين 45 ميلاً لكل جالون. كم عدد جالونات البنزين التي ستكون مطلوبة تقريبًا لإتمام الرحلة؟

84. **عمل بدوام مؤقت** تدفع جهة عمل 8.50 AED في الساعة. إذا كان 20% من المبلغ يُخصم للضرائب، فما صافي المرتب عن 28 ساعة عمل؟

مراجعة المهارات

أوجد ناتج جمع أو طرح كل مما يلي.

85. $1.14 + 5.6$

86. $4.28 - 2.4$

87. $8 - 6.35$

88. $\frac{4}{5} + \frac{1}{6}$

89. $\frac{2}{7} + \frac{3}{4}$

90. $\frac{6}{8} - \frac{1}{2}$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education